

**Шифр роботи:** (одне-два слова)

**СКІНЧЕННІ РІЗНИЦІ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ**

## ЗМІСТ

<b>ВСТУП</b> .....	3
<b>РОЗДІЛ 1. СКІНЧЕННІ РІЗНИЦІ ТА ЇХ ВЛАСТИВОСТІ</b> .....	6
1.1. Означення та властивості різницевого оператора .....	6
1.2. Зв'язок між різницеvim оператором та оператором диференціювання....	11
1.3. Про зв'язок між характеристичними коренями лінійних однорідних різницевих та диференціальних рівнянь.....	15
Висновки до розділу 1.....	20
<b>РОЗДІЛ 2. АНТИРІЗНИЦЕВИЙ ОПЕРАТОР ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ</b> .....	21
2.1. Означення та властивості антирізниць.....	21
2.2. Застосування антирізниць до обчислення скінченних сум.....	25
Висновки до розділу 2.....	29
<b>ВИСНОВКИ</b> .....	30
<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ</b> .....	31
<b>ДОДАТКИ</b> .....	32

## ВСТУП

### Актуальність.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Метою роботи є** .....

Відповідно до мети було визначено наступні **завдання:**

- 1) .....
- 2) .....
- 3) .....
- 4) .....
- 5) .....
- 6) .....

**Об'єкт дослідження** є .....

**Предмет дослідження** є.....

Для реалізації завдань було використано наступні **методи дослідження:**

- ;
- .

**Наукова новизна** роботи полягає в тому, що: .....

**Теоретична та практична значущість дослідження.** .....

**Апробація результатів дослідження.** Результати дослідження доповідались та обговорювались на III Всеукраїнській науково-методичній інтернет-конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Розвиток

інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу – ІТМ\*плюс (м. Суми, 12 листопада 2021 р.).

**Публікації.** Основні положення роботи відображено у статті, написаної у співавторстві, «Шляхи вдосконалення системи підвищення професійної компетентності та кадрового забезпечення державних службовців» (INTERNATIONAL SCIENTIFIC JOURNAL «FUTURE SCIENCE: YOUTH INNOVATIONS DIGEST». 2022. Volume 1, Issue 1. P.64-68).

**Структура роботи.** Робота складається зі вступу, двох розділів, висновків до кожного розділу, загальних висновків, списку використаних джерел, додатків. Текст роботи проілюстровано 25 таблицями, 7 рисунками.

## РОЗДІЛ 1. СКІНЧЕННІ РІЗНИЦІ ТА ЇХ ВЛАСТИВОСТІ

### 1.1. Поняття ресурсів та виробничих ресурсів підприємства

Деякі визначення поняття «ресурси» окремих науковців наведемо в таблиці 1.1.

**Зразок оформлення таблиці**

Таблиця 1.1

Зміст деяких визначень категорії «ресурси»

Автор, робота	Зміст визначення
Філіпенко І.С. [5, с.53]	Ресурси (фр. ressources – засоби, запаси, можливості, джерела) в економіці розглядаються як складові елементи виробничого потенціалу, якими володіє окрема країна чи світове співтовариство і які використовуються для економічного, соціального, науково-технічного розвитку.
Економічна енциклопедія [8, с. 206]	Ресурси (фр. ressource – допоміжний засіб) – основні елементи виробничого потенціалу, які має в розпорядженні система і які використовуються для досягнення конкретних цілей економічного розвитку.
Новицький В.Є. [41, с.31]	Ресурси – матеріальні та інформаційні об’єкти, джерела і передумови отримання необхідних людям матеріальних і духовних благ, які можна використовувати та реалізувати при існуючих технологіях і соціально-економічних відносинах.

.....

.....

Отже, в умовах розбудови економіки знань важливо визначити такий взаємозв'язок (див. рис. 1.1), де метою формування та реалізації виробничого ресурсу й виробничого потенціалу є виробничий капітал.



*Зразок оформлення рисунку*

Рис. 1.1. Взаємозв'язок виробничого ресурсу, виробничого потенціалу та виробничого капіталу

.....

.....

.....

**1.2. Зв'язок між різницеvim оператором та оператором диференціювання**

Так, для оцінки відповідності кваліфікації робітників складності виконуваних робіт визначаються середні тарифні розряди робіт і робітників:

$$\bar{T}_p = \frac{\sum T_p \cdot N}{\sum N}; \quad (1.1)$$

$$\bar{T}_p = \frac{\sum T_p \cdot VP}{\sum VP}, \quad (1.2)$$

де  $\bar{T}_p$  – середній тарифний коефіцієнт робітників;  
 $T_p$  – тарифний коефіцієнт відповідного розряду;  
 $N$  – чисельність робітників кожного розряду;  
 $VP$  – обсяг робіт кожного виду (у вартісному або натуральному вимірах).

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

Можна простежити й інші аналогії між властивостями різниці  $\Delta y$  та похідної  $y'$  (див. табл. 1.2).

**Зразок оформлення таблиці з формулами** Таблиця 1.2

Порівняльний аналіз властивостей різницевого оператора та похідної

$y(x)$	$\Delta y(x)$	$y'(x)$
$g(x) \pm h(x)$	$\Delta g(x) \pm \Delta h(x)$	$g'(x) \pm h'(x)$
$Cg(x), C = const$	$C\Delta g(x)$	$Cg'(x)$
$g(x) \cdot h(x)$	$\Delta g(x)h(x) + g(x+1)\Delta h(x),$ або $g(x)\Delta h(x) + \Delta g(x)h(x+1)$	$g'(x)h(x) + g(x)h'(x)$
$\frac{g(x)}{h(x)}$	$\frac{\Delta g(x)h(x) - g(x)\Delta h(x)}{h(x)h(x+1)}$	$\frac{g'(x)h(x) - g(x)h'(x)}{(h(x))^2}$

Зазначене вище наводить на думку, що має існувати деяке більш широке поняття, яке б узагальнювало поняття похідної функції та її різниці. Таке узагальнення було запропоноване у 1988 році С. Хільгером та

ґрунтується на понятті часової шкали як довільної непорожньої замкненої підмножини множини дійсних чисел. Відповідна теорія дозволяє розглядати об'єкти на неперервних, дискретних та неперервно-дискретних інтервалах. Ключовим поняттям (яке як раз і об'єднує в собі поняття похідної та різниці) у цій теорії є поняття так званої *Δ-похідної* [8, 19].

### 1.3. Про зв'язок між характеристичними коренями лінійних однорідних різницевих та диференціальних рівнянь

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

В склад працівників основної діяльності входять такі категорії працівників: робітники, учні, керівники, спеціалісти, обслуговуючий персонал і персонал охорони.

При аналізі забезпеченості підприємства кадрами визначають абсолютну і відносну економію (надлишок) працівників відповідно за такими формулами:

$$\pm \Delta N_{\text{абс}} = N_1 - N_{\text{пл}} ; \quad (1.3)$$

$$\pm \Delta N_{\text{відн}} = N_1 - N_{\text{пл}} \cdot i_q , \quad (1.4)$$

де  $\pm \Delta N_{\text{абс}}$ ,  $\pm \Delta N_{\text{відн}}$  – відповідно абсолютна і відносна економія (–) або надлишок (+) працівників;

$N_{\text{пл}}$ ,  $N_1$  – відповідно планова і фактична чисельність працівників;

$i_q$  – індекс обсягу продукції (коефіцієнт зростання обсягу продукції).



Наступним етапом аналізу забезпеченості і наявності кадрового персоналу є оцінка структури працівників.

.....

.....

.....

**Висновки до розділу 1**



## РОЗДІЛ 2.

### АНТИРІЗНИЦЕВИЙ ОПЕРАТОР ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ

#### 2.1. Означення та властивості антиризниць

.....

.....

.....

Аналіз обсягу виробництва та реалізації продукції починається з вивчення динаміки випуску та реалізації продукції, розрахунку базисних і ланцюгових темпів зростання і приросту.

Проведемо аналіз зміни виручки від реалізації продукції за п'ять років. Результати розрахунку наведено у таблиці 2.1.

**Зразок оформлення таблиці** Таблиця 2.1

Динаміка товарної продукції, тис. грн.

Рік	Товарна продукція, тис. грн.	Темпи зростання, %	
		базисні	ланцюгові
2016	795,5	100,00	100,00
2017	865,4	108,79	108,79
2018	924,4	116,20	106,82
2019	1013,1	127,35	109,60
2020	1068,3	134,29	105,45

Дані таблиці 2.2 свідчать про те, що

.....

.....

.....

.....

.....

## 2.2. Застосування антирізниць до обчислення скінченних сум

.....  
 .....  
 .....  
 ..... [15, 17].

Дані для аналізу структури персоналу підприємства наведені у таблиці 2.2.

**Зразок оформлення таблиці** Таблиця 2.2

Аналіз складу персоналу підприємства

Категорії персоналу	2019 рік		2020 рік		Відхилення, (±)
	чисельність, осіб	питома вага, %	чисельність, осіб	питома вага, %	
Персонал, всього у тому числі:	9	100	9	100	–
робітники	6	66,67	6	66,67	–
керівники	2	22,22	2	22,22	–
фахівці	1	11,11	1	11,11	–

Дані таблиці 2.3 свідчать про те, що

.....  
 .....  
 .....

Структуру персоналу підприємства представлено на рисунку 2.2.

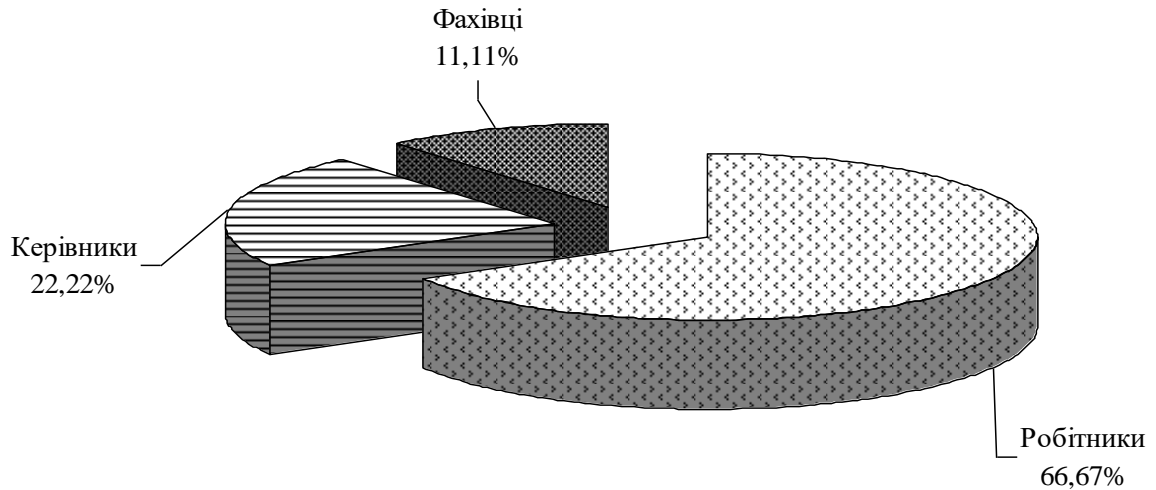


Рис. 2.2. Структура персоналу підприємства

*Зразок оформлення діаграми*

Для більшої наочності динаміку показників забезпеченості підприємства основними виробничими фондами представлено на рисунку 2.3.

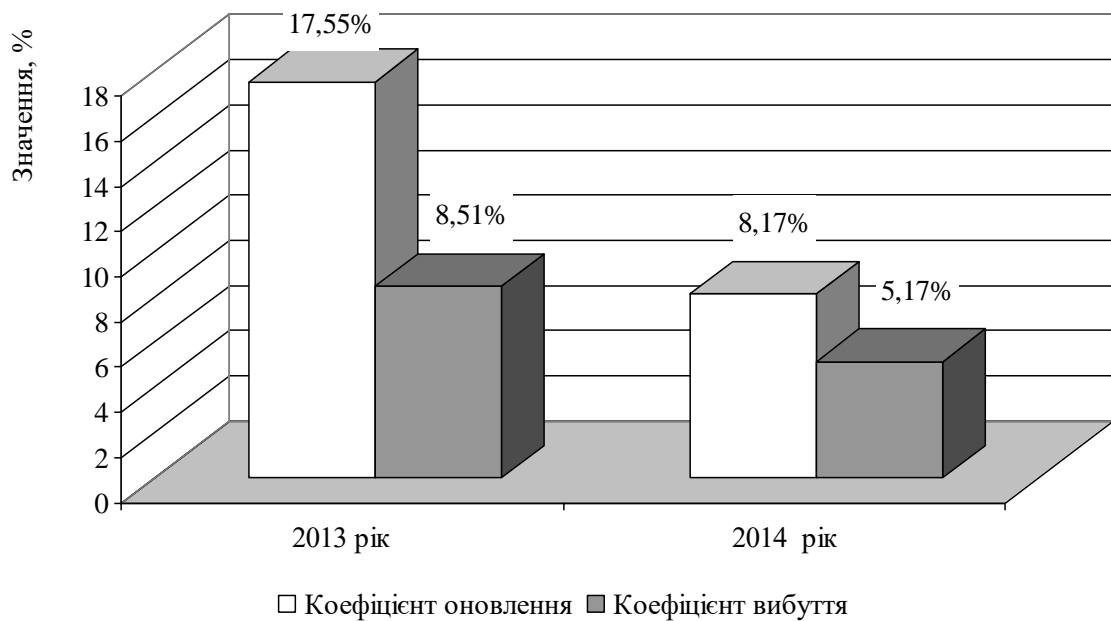


Рис. 2.3. Динаміка показників забезпеченості підприємства основними фондами

---

---

## **Висновки до розділу 2**

ЗРАЗОК

**ВИСНОВКИ**

У роботі розглянуто і систематизовано

.....  
.....

ЗРАЗОК

**СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ**

ЗРАЗОК

**ЗРАЗКИ ОФОРМЛЕННЯ ДОДАТКІВ****ДОДАТОК А**

Таблиця А.1

**Значення різницевого оператора від основних елементарних функцій**

$f(x)$	$\Delta f(x)$	$f(x)$	$\Delta f(x)$
$a \in \mathbb{N}$	0	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x(x+1)}$
$ax + b$	$a$	$a^x$	$a^x(a-1)$
$x^2$	$2x + 1$	$\log_a x$	$\log_a \frac{x+1}{x}$
$x^3$	$3x^2 + 3x + 1$	$\sin x$	$2 \cos\left(x + \frac{1}{2}\right) \sin \frac{1}{2}$
$x^n$	$\sum_{k=1}^n C_n^k x^{n-k}$	$\cos x$	$-2 \sin\left(x + \frac{1}{2}\right) \sin \frac{1}{2}$
$x^{(n)}$	$nx^{(n-1)},$	$x!$	$x! x$



## ДОДАТОК Б

Таблиця Б.1

Числа Стірлінга другого роду  $S(n, k)$ 

$n/k$	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1							
2	1	1						
3	1	3	1					
4	1	7	6	1				
5	1	15	25	10	1			
6	1	31	90	65	15	1		
7	1	63	301	350	140	21	1	
8	1	127	966	1701	1050	266	28	1

## ДОДАТОК В

Таблиця В.1

Значення антиривніць від деяких елементарних функцій

№	$f(x)$	$\Delta^{-1}f(x)$
1	$a \in \mathbb{N}$	$ax + C$
2	$2^x$	$2^x + C$
3	$a^x$	$\frac{a^x}{a-1} + C$
5	$x^{(n)}, n \neq -1$	$\frac{x^{(n+1)}}{n+1} + C$
6	$x$	$\frac{x^{(2)}}{2} = \frac{x(x-1)}{2} + C$
7	$x^2$	$\frac{x(x-1)(2x-1)}{6} + C$
8	$\cos x$	$\frac{\sin(x - \frac{1}{2})}{2 \sin(\frac{1}{2})} + C$
9	$\sin x$	$-\frac{\cos(x - \frac{1}{2})}{2 \sin(\frac{1}{2})} + C$
10	$\operatorname{arctg} \frac{1}{1+x+x^2}$	$\operatorname{arctg} x + C$